2015年考研数学二真题

1. 选择题：（1~8小题,每小题4分，共32分。下列每题给出的四个选项中，只有一个选项是符合题目要求的。）

(1)下列反常积分中收敛的是

(A) (B)

(C) (D)

【答案】D。

【解析】题干中给出4个反常积分，分别判断敛散性即可得到正确答案。

 ；

 ；

 ；

 ，

 因此(D)是收敛的。

综上所述，本题正确答案是D。

【考点】高等数学—一元函数积分学—反常积分

 (2)函数在(-∞,+∞)内

 (A) (B)有可去间断点

(C)有跳跃间断点 (D)有无穷间断点

 【答案】B

 【解析】这是“”型极限，直接有

 ,

 在处无定义，

且所以是的可去间断点，选B。

 综上所述，本题正确答案是B。

 【考点】高等数学—函数、极限、连续—两个重要极限

(3)设函数().若

(A) (B)

(C) (D)

【答案】A

【解析】易求出

再有

于是，存在此时.

当，，

 =

因此，在连续。选A

综上所述，本题正确答案是C。

【考点】高等数学—函数、极限、连续—函数连续的概念，函数的左极限和右极限

(4)设函数在(-∞,+∞)内连续，其

二阶导函数的图形如右图所示，

则曲线的拐点个数为 A O B

 (A) (B)

(C) (D)

【答案】C

【解析】在(-∞,+∞)内连续，除点外处处二阶可导。 的可疑拐点是的点及不存在的点。

的零点有两个，如上图所示，A点两侧恒正，对应的点不是拐点，B点两侧，对应的点就是的拐点。

虽然不存在，但点两侧异号，因而() 是的拐点。

综上所述，本题正确答案是C。

【考点】高等数学—函数、极限、连续—函数单调性，曲线的凹凸性和拐点

(5)设函数满足则与依次是

 (A) (B)

(C) (D)

【答案】D

【解析】先求出

令

于是

因此

综上所述，本题正确答案是D。

【考点】高等数学-多元函数微分学-多元函数的偏导数和全微分

(6)设D是第一象限中由曲线与直线 围成的平面区域，函数在D上连续，则

 (A)

 (B)

 (C)

 (D)

 【答案】 B

 【解析】D是第一象限中由曲线与直线 围成的平面区域，作极坐标变换，将化为累次积分。

 D的极坐标表示为

 因此

 综上所述，本题正确答案是B。

 【考点】高等数学—多元函数积分学—二重积分在直角坐标系和极坐标系下的计算。

(7)设矩阵***A=***,***b*=。**若集合，则线性方程 有无穷多解的充分必要条件为

 (A) (B)

 (C) (D)

 【答案】D

 【解析】

 是一个范德蒙德行列式，值为,如果，则

 ，此时有唯一解，排除(A),(B)

 类似的，若，则，排除(C)

 当时，，

 综上所述，本题正确答案是D。

【考点】线性代数-线性方程组-范德蒙德行列式取值，矩阵的秩，线性方程组求解。

(8)设二次型在正交变换下的标准形为,其中,若***Q***=在正交变换

 下的标准形为

 (A) (B)

 (C) (D)

 【答案】A

 【解析】设二次型矩阵为***A***,则

 可见都是***A***的特征向量，特征值依次为2,1,-1，于是-也是***A***的特征向量，特征值为-1，因此

因此在正交变换下的标准二次型为

 综上所述，本题正确答案是A。

【考点】线性代数-二次型-矩阵的秩和特征向量，正交变换化二次型为标准形。

二、填空题：()小题，每小题4分，共24分。

(9)设则

 【答案】48

 【解析】由参数式求导法

 再由复合函数求导法则得

 =

 ,

 综上所述，本题正确答案是48。

【考点】高等数学-一元函数微分学-复合函数求导

(10)函数处的n阶导数

 【答案】

 【解析】

 解法1 用求函数乘积的阶导数的莱布尼茨公式

 其中注意,于是

 因此

 解法2

 利用泰勒展开

 由于泰勒展开系数的唯一性，得

 可得

 综上所述，本题正确答案是

 【考点】高等数学—一元函数微分学—高阶导数，泰勒展开公式

(11)设函数连续，.若=1，则

 【答案】2

 【解析】改写,由变限积分求导法得

 由=1= ，

 可得

 综上所述，本题正确答案是2

 【考点】高等数学—一元函数积分学—变限积分函数的性质及应用

(12)设函数是微分方程，且在处

 取得极值3，则=

 【答案】

 【解析】求归结为求解二阶常系数齐次线性方程的初值问题

 由特征方程 可得特征根 于

 是得通解

 又已知

 综上所述，本题正确答案是

 【考点】高等数学—常微分方程—二阶常系数齐次线性方程

(13)若函数由方程确定，则

 【答案】

 【解析】 先求 ，在原方程中令得

 方程两边同时求全微分得

 令 得

 综上所述，本题正确答案是

 【考点】高等数学-多元函数微分学-隐函数的偏导数和全微分

(14)设3阶矩阵***A***的特征值为2,-2,1，,其中***E***为3

 阶单位矩阵，则行列式**|*B*|**=

 【答案】 21

 【解析】 ***A***的特征值为2,-2,1,则***B***的特征值对应为3,7,1

 所以**|*B*|**=21

 【考点】线性代数—行列式—行列式计算

线性代数—矩阵—矩阵的特征值

三、解答题：小题，共94分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

(15)设函数,若与在时是等价无穷小，求的值。

 【解析】利用泰勒公式

 当时，，则

 【考点】高等数学—函数、极限、连续—无穷小的比阶，泰勒公式

(16)设A>0，D是由曲线段及直线所

 围成的平面区域，分别表示D绕轴与绕轴旋转所成旋转体的体积。若，求A的值

 【解析】

 由A>0可得

 =

 =

又 可得A=

【考点】高等数学—一元函数积分学—定积分的应用

(17)已知函数

 求的极值。

 【解析】

由 ，得

又已知 可得

得 ,从而

对积分得

又， 所以

所以

于是, ,

 =2

令得驻点(0,-1)，所以

A= B=

C=

由于,所以极小值为

【考点】高等数学—多元函数微分学—二元函数的无条件极值

(18)计算二重积分,

其中D=

【解析】

因为区域D关于y轴对称，所以=0

 原式=

 =

 =

令,则

 ==

又

所以二重积分=

【考点】高等数学—多元函数积分学—二重积分的计算

(19)已知函数 ，求的零点个数

 【解析】

 ,令得驻点,

 当时，,单调减少；

 当时，,单调增加；

 因为，所以在上存在唯一零点。

 又,，所以在上存在唯一零点。

 综上可知，有且仅有两个零点。

 【考点】高等数学—一元函数微分学—方程的根（零点问题）

(20)已知高温物体置于低温介质中，任一时刻改物体温度对时间的变化率与该时刻物体和介质的温差成正比。现将一初始温度为120℃的物体在20℃恒温介质中冷却，30min后该物体降温至30℃，若要将该物体的温度继续降至21℃，还需冷却多长时间？

 【解析】

 设该物体在*t*时刻的温度为，由题意得

 其中k为比例系数，k>0.解得

 将初始条件T(0)=120代入上式，解得C=100

 将

 令T=21，得t=60,因此要降至21摄氏度，还需60-30=30（min）

 【考点】高等数学—常微分方程—一阶常微分方程，微分方程应用

(21)已知函数在区间上具有2阶导数，曲线在点()处的切线与轴 的交点是(),证明

【解析】

曲线在点()处的切线方程是

 ,

解得切线与轴交点的横坐标为

由于，故单调增加。由.

又,故,即有

由拉格朗日中值定理得

因为，所以单调增加，从而,故

由此可知,即

综上所述，

【考点】高等数学—一元函数微分学—微分中值定理

(22)设矩阵=,且

 (1)求的值；

 (2)若矩阵,其中为三阶单位矩阵，求

 **【**解析**】**

1. 由于，所以

于是

1. 由于

所以

由(1)知

因为均可逆，所以

【考点】线性代数—矩阵—矩阵方程

(23)设矩阵=相似与矩阵=

 (1)求的值；

 (2)求可逆矩阵,使为对角矩阵。

 【解析】

1. 由于矩阵与矩阵相似，所以

于是

解得

1. 由(1)知矩阵=,=

由于矩阵与矩阵相似,所以

故的特征值为

当,解方程组,得线性无关的特征向量

当，解方程组,得特征向量

令,则

，

故为所求可逆矩阵。

【考点】线性代数—矩阵的特征值与特征向量—矩阵的相似对角化